# 13. F.d.T. con uno ZERO nell'origine e due POLI non nell'origine: AMPLIFICATORE A BANDA DEFINITA o Derivatore-Amplificatore-Integratore.

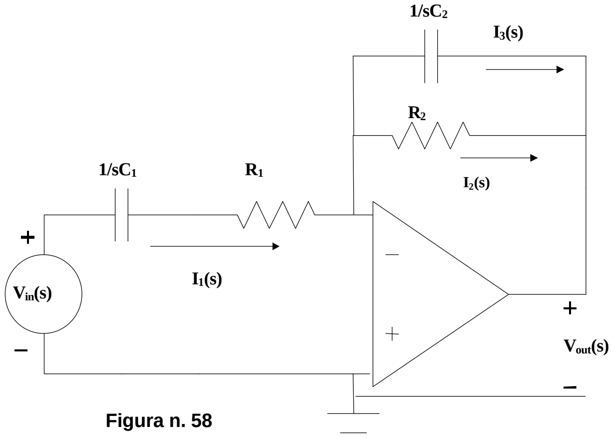


Figura n. 58

### 13.1 Analisi nel dominio delle trasformate di Laplace.

Dato il circuito in **Figura n. 58**, ricaviamo per prima cosa la Funzione di Trasferimento.
Abbiamo anche in questo caso:

$$\overline{F(s)} = -\frac{\overline{Z_2(s)}}{\overline{Z_1(s)}} \qquad \textit{eq. 13.1.1}$$

dove:

$$\overline{Z_1(s)} = R_1 + \frac{1}{sC_1} = \frac{1+sR_1C_1}{sC_1} \qquad \textit{eq. 13.1.2}$$

e

$$\frac{1}{\overline{Z_2(s)}} = \frac{1}{R_2} + sC_2 = \frac{1+sR_2C_2}{R_2} \qquad \textit{eq. 13.1.3}$$

quindi:

$$\overline{Z_2(s)} = \frac{R_2}{1+sR_2C_2} \qquad \textit{eq. 13.1.4}$$

La F.d.T. del circuito è quindi:

$$\boxed{\overline{F(s)} = -\frac{\overline{Z_2(s)}}{\overline{Z_1(s)}} = -\frac{R_2}{1+sR_2C_2}\frac{sC_1}{1+sR_1C_1} = -\frac{sR_2C_1}{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)}} \qquad \textit{eq. 13.1.5}$$

La Funzione di Trasferimento presenta quindi:

- **UNO ZERO NELL'ORIGINE;**
- **UN POLO PER** $w_{p1} = \dfrac{1}{R_1C_1}$ **;**
- **UN POLO PER** $w_{p2} = \dfrac{1}{R_2C_2}$

### 13.2 Risposta del circuito al segnale sinusoidale - DIAGRAMMI DI BODE.

Da quanto fino ad ora studiato sugli effetti in termini di Modulo e Fase di poli e zeri, possiamo direttamente affermare che il circuito:

- **Ha un Diagramma di Bode del Modulo che:**
  - *Sale con una pendenza di +20dB per decade (effetto dello zero nell'origine) dalla continua fino ad una decade prima la frequenza del primo polo;*
  - *Rimane costante (effetto del primo polo) da una decade dopo la frequenza del primo polo fino ad una decade prima della frequenza del secondo polo;*
  - *Scende (effetto del secondo polo) con una pendenza di –20dB per decade da una decade dopo la frequenza del secondo polo.*
- **Ha un Diagramma di Bode della Fase che, A PARTE IL SEGNO MENO, :**
  - *Rimane costante a +90° (effetto dello zero nell'origine) dalla continua fino ad una decade prima la frequenza del primo polo;*
  - *Passa da+90° a 0° (effetto del primo polo) tra una decade prima ed una decade dopo della frequenza del primo polo, assumendo il valore di +45° alla frequenza del primo polo;*
  - *Rimane costante a 0° (effetto del primo polo) da una decade dopo la frequenza del primo polo fino ad una decade prima della frequenza del secondo polo;*
  - *Passa da 0° a -90° (effetto del secondo polo) tra una decade prima ed una decade dopo della frequenza del secondo polo, assumendo il valore di -45° alla frequenza del secondo polo;*
  - *Rimane costante a -90° (effetto del secondo polo) da una decade dopo la frequenza del secondo polo.*

Il segno meno dà un contributo costante di 180° per tutte le frequenze dalla continua a frequenza infinita.

**QUANTO DETTO È VALIDO SE TRA LE FREQUENZE DEI DUE POLI INTERCORRONO ALMENO DUE DECADI.**

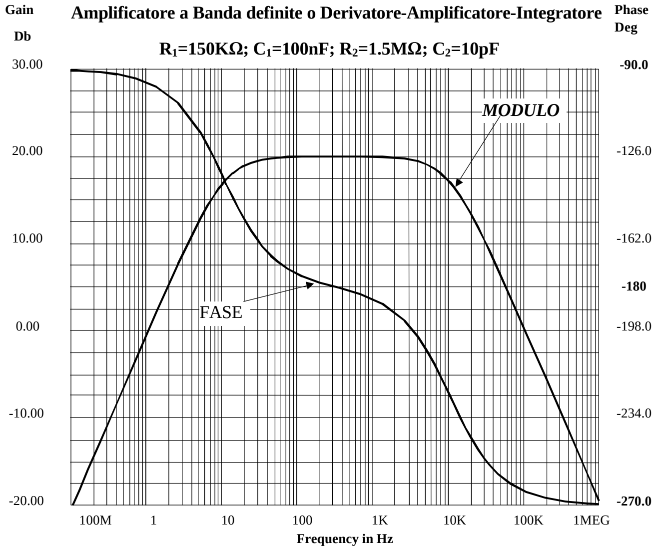


**Figura n. 59**

La simulazione a Calcolatore del circuito in esame fornisce i diagrammi di Bode riportati in **Figura n. 59** con i valori dei componenti riportati di seguito:

**$R_1$=150KΩ; $C_1$=100nF; $R_2$=1.5MΩ; $C_2$=10pF**

e quindi con il primo polo (dovuto a $C_1$) alla frequenza di 10.61Hz ed il secondo polo (dovuto a $C_2$) alla frequenza di 10.61KHz.
Si comprende dal diagramma di Bode del Modulo il motivo per cui il circuito in esame, **rispetto al segnale sinusoidale**, prende il nome di **AMPLIFICATORE (INVERTENTE) A BANDA DEFINITA**.
Per trovare quanto vale il Modulo **dell'Amplificazione a centro banda** si può fare in diversi modi.
Quello più veloce consiste nel trascurare l'effetto (e quindi il contributo nella F.d.T.) del secondo polo e trovare il valore a cui tende il Guadagno per la frequenza che tende ad infinito.
Applicando quanto detto la F.d.T. si riduce a:

$$\overline{F(s)} = -\frac{sR_2C_1}{(1+sR_1C_1)}$$

Tale F.d.T. per $s \to \infty$ tende a

$$-\frac{R_2C_1}{R_1C_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

**È questo il valore del Guadagno a centro banda.** Con i valori dei componenti utilizzati nella simulazione il Guadagno a centro banda vale 10 (e l'amplificatore è invertente).

*Se si scambiano i valori di $C_1$ e $C_2$ e di $R_1$ e $R_2$ i Diagrammi di Bode rimarranno uguali a parte la traslazione di –40dB del diagramma del Modulo (l'amplificazione a centro banda passa dal valore 10 al valore 0.1 cioè da +20dB a –20dB).*

### ➢ *Caso di due poli coincidenti*

Nel caso **$R_1$=$R_2$=R** e **$C_1$=$C_2$=C** o comunque **$R_1C_1$=$R_2C_2$=RC** la F.d.T. diventa:

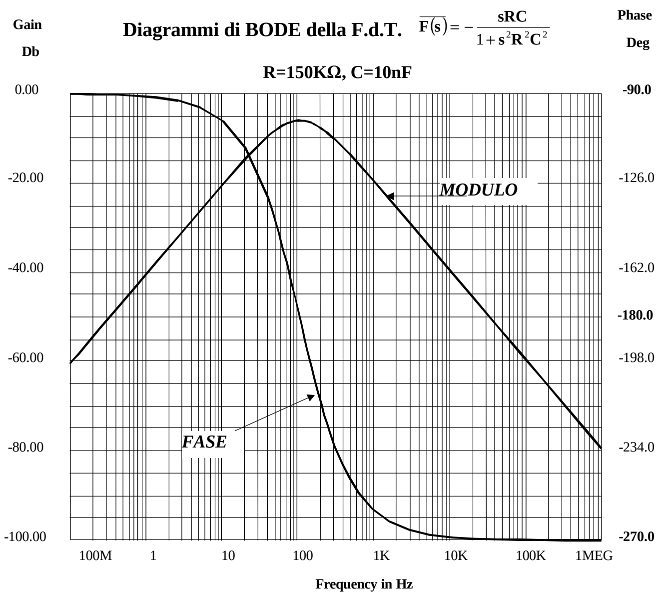


**Figura n. 60**

$$\boxed{\overline{F(s)} = -\frac{sRC}{(1+sRC)(1+sRC)} = -\frac{sRC}{1+s^2R^2C^2}} \quad \textit{eq. 13.2.1}$$

Essa ha sempre uno zero nell'origine e due poli non nell'origine ma ora i due poli sono coincidenti.

Poiché gli effetti prodotti sul Diagramma di Bode dallo zero e da ogni polo preso singolarmente rimangono gli stessi, possiamo affermare che il circuito:

- **Ha un Diagramma di Bode del Modulo che:**
  - *Sale con una pendenza di +20 dB per decade (effetto dello zero nell'origine) dalla continua fino ad una decade prima la frequenza dei due poli coincidenti;*
  - *Scende (effetto dei due poli coincidenti) con una pendenza di –20dB da una decade dopo la frequenza dei due poli coincidenti.*
- **Ha un Diagramma di Bode della Fase che, A PARTE IL SEGNO MENO, :**
  - *Rimane costante a +90° (effetto dello zero nell'origine) dalla continua fino ad una decade prima la frequenza dei due poli coincidenti;*
  - *Passa da+90° a -90° (effetto dei due poli coincidenti) tra una decade prima ed una decade dopo della frequenza dei due poli coincidenti, assumendo il valore di 0° alla frequenza dei due poli coincidenti;*

- *Rimane costante a -90° (effetto dei due poli coincidenti) da una decade dopo la frequenza dei due poli coincidenti.*

Il segno meno darà un contributo costante di 180° per tutte le frequenze dalla continua a frequenza infinita.

La simulazione a Calcolatore del circuito nel caso di poli coincidenti fornisce i diagrammi di Bode riportati in **Figura n. 60**, con i valori dei componenti riportati di seguito:

**R=150KΩ; C1=10nF**

e quindi con i due poli coincidenti alla frequenza di 106.1Hz.
Nel caso di poli coincidenti scompare la banda di frequenze per le quali il Modulo del Guadagno rimane costante.
Il valore massimo che raggiunge il Modulo del Guadagno può essere calcolato in modo analogo a quello applicato per i poli distinti, tenendo però in questo caso conto del fatto che, non riuscendo in realtà il diagramma a divenire costante, alla frequenza dei due poli coincidenti ci sarà un'attenuazione di –6dB rispetto al valore che raggiungerebbe il diagramma nel caso l'altro polo non ci fosse veramente.
In altre parole trascurando l'effetto di uno dei due poli coincidenti la F.d.T. diventa:

$$\overline{F(s)} = -\frac{sRC}{(1+sRC)}$$

Tale F.d.T. per $s \to \infty$ tende a $-\frac{R}{R} = -1$
Quindi , se ci fosse uno solo dei due poli coincidenti il Modulo del guadagno per $s \to \infty$ rimarrebbe costante ed uguale ad 1 (0dB).
Essendoci in realtà due poli coincidenti il modulo del guadagno non raggiunge tale valore ma, per quanto detto in precedenza, raggiunge il valore massimo di –6dB.
È quanto risulta anche dalla simulazione di Figura n. 60.

### ➢ *Caso di due poli distanti meno di due decadi*

È il caso meno interessante e lo affrontiamo solo per completare tutti i casi possibili.

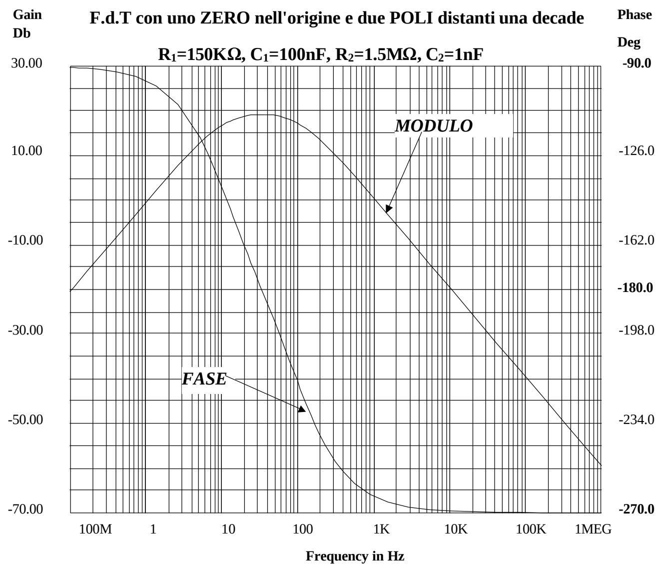


Figura n. 61

In questo caso il circuito:

- **Ha un Diagramma di Bode del Modulo che:**
  - *Sale con una pendenza di +20dB per decade (effetto dello zero nell'origine) dalla continua fino ad una decade prima la frequenza del primo polo;*
  - *Non esiste un campo di frequenze nel quale rimane costante dal momento che prima (in termini di frequenze) che l'effetto del primo polo si completi interviene l'effetto del secondo polo;*
  - *Scende (effetto del secondo polo) con una pendenza di –20dB per decade da una decade dopo la frequenza del secondo polo.*
- **Ha un Diagramma di Bode della Fase che, A PARTE IL SEGNO MENO, :**
  - *Rimane costante a +90° (effetto dello zero nell'origine) dalla continua fino ad una decade prima la frequenza del primo polo;*
  - *Passa da+90° a -90° (effetto del primo polo e del secondo polo) tra una decade prima della frequenza del primo polo ed una decade dopo della frequenza del secondo polo;*
  - *Rimane costante a -90° (effetto del secondo polo) da una decade dopo la frequenza del secondo polo.*

Il segno meno darà un contributo costante di 180° per tutte le frequenze dalla continua a frequenza infinita.

La simulazione a Calcolatore del caso in esame fornisce i diagrammi di Bode riportati in **Figura n. 61** con i valori dei componenti riportati di seguito:

**$R_1$=150KΩ; $C_1$=100nF; $R_2$=1.5MΩ; $C_2$=1nF**

e quindi con il primo polo (dovuto a $C_1$) alla frequenza di 10.61Hz ed il secondo polo (dovuto a $C_2$) alla frequenza di 106.1KHz.
Tralasciamo di calcolare il valore massimo del Modulo del guadagno (che comunque si trova ragionando in modo del tutto analogo a quanto fatto negli altri due casi precedenti) dal momento che esso non ha realmente gran significato.

### *13.3 Risposta del circuito nel dominio del tempo ad un segnale qualsiasi.*

### ➢ *Caso di due poli distanti più di due decadi*

Partiamo dalla F.d.T. del circuito in esame:

$$\overline{F(s)} = -\frac{sR_2C_1}{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)} \qquad \textit{eq. 13.3.1}$$

Per $w << w_{p1} = \frac{1}{R_1C_1} << w_{p2} = \frac{1}{R_2C_2}$. cioè per $sR_1C_1 << 1$ e $sR_2C_2 << 1$, cioè dalla continua fino a frequenze molto inferiori delle frequenza del primo polo **(fino ad una decade prima la frequenza del primo polo)** il circuito ha gli stessi Diagrammi di Bode del **DERIVATORE INVERTENTE IDEALE**, con il **Guadagno** che **sale** di **+20dB per decade** e la **fase** che vale **-90 °.** In questo campo di frequenze la F.d.T. si riduce a:

$$\boxed{\overline{F(s)} \approx -sR_2C_1} \qquad \textit{eq. 13.3.2}$$

che è del tutto analoga alla (9.1.1).
Quindi, **SOLO PER IL CAMPO DI FREQUENZE PER IL QUALE SI È RICAVATA LA (13.3.2),** nel dominio del tempo si ha:

$$\boxed{v_{out}(t) = -R_2C_1\frac{dv_{in}(t)}{dt}} \qquad \textit{eq. 13.3.3}$$

Per $\frac{1}{R_1C_1} = w_{p1} << w << w_{p2} = \frac{1}{R_2C_2}$ cioè per $sR_1C_1 >> 1$ e $sR_2C_2 << 1$, cioè per frequenze molto maggiori **(almeno una decade dopo)** della frequenza del primo polo e molto minori **(almeno una decade prima)** della frequenza del secondo polo, il Diagramma di Bode del Modulo e quello della fase rimangono costanti ed il circuito si comporta da **AMPLIFICATORE INVERTENTE**. In questo campo di frequenze la F.d.T. si riduce a:

$$\boxed{\overline{F(s)} \approx -\frac{sR_2C_1}{sR_1C_1} = -\frac{R_2}{R_1}} \qquad \textit{eq. 13.3.4)}$$

Quindi, **SOLO PER IL CAMPO DI FREQUENZE PER IL QUALE SI È RICAVATA LA (13.3.4),** nel dominio del tempo si ha:

$$\boxed{v_{out}(t) = -\frac{R_2}{R_1}v_{in}(t)} \qquad \textit{eq. 13.3.5}$$

Per $w >> w_{p2} = \frac{1}{R_2C_2} >> \frac{1}{R_1C_1} = w_{p1}$ cioè per $sR_1C_1 >> 1$ e $sR_2C_2 >> 1$. cioè per frequenze molto maggiori **(almeno una decade dopo)** della frequenza del secondo polo il circuito ha gli stessi Diagrammi di Bode dell'**INTEGRATORE INVERTENTE IDEALE**, con il **Guadagno** che **scende** di **-20dB per decade** e la **Fase** che vale **-270°.** In questo campo di frequenze la F.d.T. si riduce a:

$$\boxed{\overline{F(s)} = -\frac{sR_2C_1}{sR_1C_1sR_2C_2} = -\frac{1}{sR_1C_2}} \qquad \textit{eq. 13.3.6}$$

che è del tutto analoga alla (8.1.1).
Quindi, **SOLO PER IL CAMPO DI FREQUENZE PER IL QUALE SI È RICAVATA LA (13.3.6),** nel dominio del tempo si ha:

$$\boxed{v_{out}(t) = -\frac{1}{R_1C_2}\int_0^t v_{in}(t)dt + K} \qquad \textit{eq. 13.3.7}$$

Riassumendo:

**Il circuito si comporta come un DERIVATORE INVERTENTE dalla continua fino ad una decade prima della pulsazione del primo polo. Quindi qualsiasi segnale sia posto in ingresso, a valor medio nullo o non nullo, di ritrova in uscita derivato e quindi sempre a valor medio nullo.**

**Il circuito si comporta come un AMPLIFICATORE INVERTENTE la sola componente a valor medio nullo del segnale da una decade dopo la pulsazione del primo polo fino ad una decade prima la pulsazione del secondo polo. Quindi qualsiasi segnale sia posto in ingresso, a valor medio nullo o non nullo, di ritrova in uscita amplificato (o attenuato) di -$R_2$/$R_1$ e sempre a valor medio nullo, dal momento che l eventuale componente continua è comunque derivata.**

**Il circuito si comporta come un INTEGRATORE INVERTENTE la componente a valor medio nullo del segnale da una decade dopo la pulsazione del secondo polo. Quindi qualsiasi segnale sia posto in ingresso, a valor medio nullo o non nullo, di ritrova in uscita integrato e sempre a valor medio nullo, dal momento che l eventuale componente continua è comunque derivata.**

**ESERCIZIO: Dimostrare che nel caso il polo a frequenza minore sia dato da $C_2$ e $R_2$ e quello a frequenza maggiore, sempre a pulsazione maggiore di almeno due decadi dall altro, sia dato da $C_1$ e $R_1$, il circuito:**

- **si comporta da DERIVATORE INVERTENTE per** $w << w_{p2} = \frac{1}{R_2C_2} << w_{p1} = \frac{1}{R_1C_1}$ **ed in questo campo di frequenze** $v_{out}(t) = -R_2C_1\frac{dv_{in}(t)}{dt}$ **;**

- **si comporta da AMPLIFICATORE INVERTENTE per** $w_{p2} = \frac{1}{R_2C_2} << w << \frac{1}{R_1C_1} = w_{p1}$ **ed in questo campo di frequenze** $v_{out}(t) = -\frac{C_1}{C_2}v_{in}(t)$**;**

- **si comporta da INTEGRATORE INVERTENTE per** $w >> \frac{1}{R_1C_1} = w_{p1} >> w_{p2} = \frac{1}{R_2C_2}$ **ed in questo campo di frequenze** $v_{out}(t) = -\frac{1}{R_1C_2}\int_0^t v_{in}(t)dt + K$

### *Caso di due poli coincidenti*

In questo caso abbiamo già visto che la F.d.T. diviene:

$$\overline{F(s)} = -\frac{sRC}{1+s^2R^2C^2} \qquad \textit{eq. 13.3.8}$$

Per $w << w_{p1} = w_{p2} = \frac{1}{RC}$. cioè per $sRC << 1$, cioè dalla continua fino a frequenze molto inferiori (almeno una decade prima) della frequenza dei poli coincidenti, il circuito ha gli stessi Diagrammi di Bode del **DERIVATORE INVERTENTE IDEALE**, con il **Guadagno** che **sale** di +**20dB per decade** e la **fase** che vale **-90°.** In questo campo di frequenze la F.d.T. si riduce a:

$$\boxed{\overline{F(s)} \approx -sRC} \qquad \textit{eq. 13.3.9}$$

che è del tutto analoga alla (9.1.1).
Quindi, **SOLO PER IL CAMPO DI FREQUENZE PER IL QUALE SI È RICAVATA LA (13.3.9),** nel dominio del tempo si ha:

$$\boxed{v_{out}(t) = -RC\frac{dv_{in}(t)}{dt}} \qquad \textit{eq. 13.3.10}$$

Per $w >> w_{p1} = w_{p2} = \frac{1}{\mathbf{RC}}$ cioè per $\mathbf{sRC} >> 1$,. cioè per frequenze molto maggiori **(almeno una decade dopo)** della frequenza dei poli coincidenti il circuito ha gli stessi Diagrammi di Bode dell'**INTEGRATORE INVERTENTE IDEALE**, con il **Guadagno** che **scende** di **-20dB per decade** e la **Fase** che vale **-270°.** In questo campo di frequenze la F.d.T. si riduce a:

$$\boxed{\overline{\mathbf{F(s)}} \approx -\frac{\mathbf{sRC}}{(\mathbf{sRC})^2} = -\frac{1}{\mathbf{sRC}}} \qquad \textit{eq. 13.3.11}$$

che è del tutto analoga alla (8.1.1).
Quindi, **SOLO PER IL CAMPO DI FREQUENZE PER IL QUALE SI È RICAVATA LA (13.3.11),** nel dominio del tempo si ha:

$$\boxed{v_{out}(t) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_{in}(t)dt + K} \qquad \textit{eq. 13.3.12}$$

Riassumendo:

**Il circuito si comporta come un DERIVATORE INVERTENTE dalla continua fino ad una decade prima della pulsazione dei poli coincidenti. Qualsiasi segnale sia posto in ingresso, a valor medio nullo o non nullo, di ritrova in uscita derivato e quindi sempre a valor medio nullo.**

**Il circuito si comporta come un INTEGRATORE INVERTENTE la componente a valor medio nullo del segnale da una decade dopo la pulsazione dei due poli coincidenti. Qualsiasi segnale sia posto in ingresso, a valor medio nullo o non nullo, di ritrova in uscita integrato e sempre a valor medio nullo, dal momento che l eventuale componente continua è comunque derivata.**

- ***Caso di due poli distanti meno di due decadi***

**ESERCIZIO: Dimostrare che in questo caso, il circuito:**

♣ **si comporta da DERIVATORE INVERTENTE per** $w << w_{p1} = \frac{1}{R_1C_1} < w_{p2} = \frac{1}{R_2C_2}$ **ed in questo campo di frequenze** $v_{out}(t) = -R_2C_1\frac{dv_{in}(t)}{dt}$ **;**

♣ **si comporta da INTEGRATORE INVERTENTE per** $w >> w_{p2} = \frac{1}{R_2C_2} > \frac{1}{R_1C_1} = w_{p1}$ **ed in questo campo di frequenze** $v_{out}(t) = -\frac{1}{R_1C_2}\int_0^t v_{in}(t)dt + K$

### *13.4 Esercizi*

**ESERCIZIO: Progettare un circuito che, se poniamo al suo ingresso un'onda quadra di valori alto e basso rispettivamente 4V e -1V, frequenza 1KHz e Duty Cicle 25%, fornisca in uscita un segnale triangolare a valor medio nullo ed ampiezza picco-picco pari a 0.1V.**

**SVOLGIMENTO**

Poiché da un segnale d'ingresso a valor medio non nullo vogliamo in uscita un segnale a valor medio nullo, dobbiamo utilizzare un circuito che derivi la continua. Quindi gli integratori invertenti usati in altri casi, in questo non risponderebbero alle nostre esigenze.

Dobbiamo utilizzare un Amplificatore a Banda definita.

Per prima cosa dobbiamo scomporre il segnale d'ingresso nella componente a valor medio nullo e nel valor medio stesso.

Calcoliamo il valor medio:

$$V_{medio} = \frac{1}{T}\left(4\frac{T}{4} - 1\frac{3}{4}T\right) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} = 0.25V$$

Tale valor medio deve essere derivato dal circuito e quindi non lo ritroveremo in uscita.

La componente del segnale a valor medio nullo è un'onda quadra di valore alto 3.75V e valore basso -1.25V. Questa è la componente che deve essere integrata dal circuito.

Vogliamo prima verificare se è possibile utilizzare un il caso in cui i due poli sono coincidenti. Sappiamo che in questo caso:

$$v_{out}(t) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_{in}(t)dt + K = -\frac{3.75}{RC}t + K$$

Sapendo che il coefficiente angolare del segnale triangolare che vogliamo in uscita deve valere:

$$m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{100mV}{250m\sec} = -400\,V/\sec$$

ricaviamo la costante tempo imponendo l'eguaglianza dei coefficienti angolari:

$$\frac{3.75}{RC} = 400 \Rightarrow RC = 9.38m\sec$$

Quindi scegliendo C=100nF , abbiamo 9Ω.

Prima di concludere che il circuito trovato risolve il problema posto, dobbiamo verificare che la frequenza dei due poli coincidenti cada almeno una decade prima della frequenza del segnale.

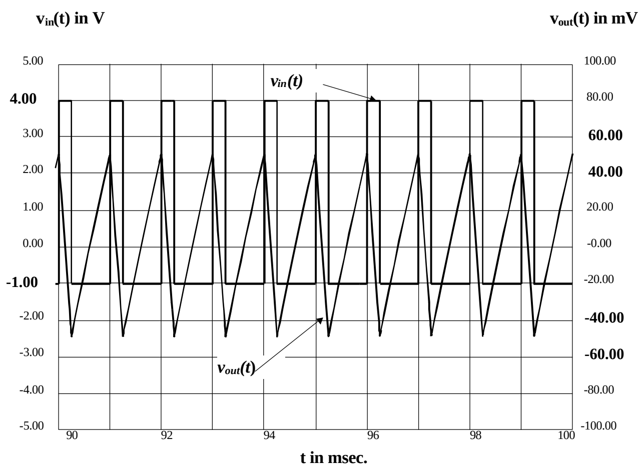


Figura n. 62

Alla costante tempo di 9.38msec corrisponde una pulsazione di 106.61rad/sec che, a sua volta, corrisponde ad una frequenza di 16.97Hz.

Solo ora che la verifica ha dato esito positivo possiamo affermare che il problema è risolto, come mostra la simulazione a calcolatore del circuito realizzato con i valori trovati teoricamente (**Figura n. 62**).

La scelta di progettare con i due poli coincidenti non è ovviamente obbligatoria, ed anzi è solitamente da evitare dal momento che il problema ha soluzione solo per particolari valori del segnale che si vuole in uscita, dato quello da porre in ingresso (**si ripeta ad esempio il problema volendo in uscita un segnale triangolare 1/-1V**).

Ripetiamo ora il progetto facendo la scelta dei poli distanti due decadi. Scegliamo il primo polo a 0.1Hz ed il secondo a 10Hz. Abbiamo di conseguenza:

$$\frac{1}{R_1C_1} = 2pf_{p1} = 628.32\,mrad/\sec \Rightarrow R_1C_1 = 1.59\sec.$$

$$\frac{1}{R_2C_2} = 2pf_{p2} = 62.83\,rad/\sec \Rightarrow R_2C_2 = 15.92m\sec.$$

Sappiamo inoltre che, da una decade dopo il secondo polo, si ha:

$$v_{out}(t) = -\frac{1}{R_1C_2}\int_0^t v_{in}(t)dt + K = -\frac{1}{R_1C_2}3.75 + K$$

e quindi, analogamente a quanto trovato precedentemente, si ha:

$$\frac{3.75}{R_1C_2} = 400 \Rightarrow R_1C_2 = 9.38m\sec$$

Da quest'ultima relazione, scegliendo C2=10nF, si ricava R1=938KΩ.

Dalla condizione $R_1C_1 = 1.59\,\sec.$ si ricava C1=1.7μF.

Dalla relazione $R_2C_2 = 15.92\,m\sec.$ si ricava R2=1.59MΩ

Dato il lungo tempo di carica del condensatore in ingresso, non risulta agevole effettuare la simulazione nel tempo del circuito con i valori trovati dei componenti.

Mentre si rimanda alla verifica sperimentale del circuito, in questa sede riportiamo invece i diagrammi di Bode e li confrontiamo con quelli ottenuti dalla simulazione del circuito con due poli coincidenti. Come si può notare dai diagrammi riportati nelle **Figure nn. 62 e 63** i due circuiti presentano alla frequenza del segnale (1KHz) lo stesso Guadagno, la stessa "pendenza" del Guadagno, lo stesso sfasamento.

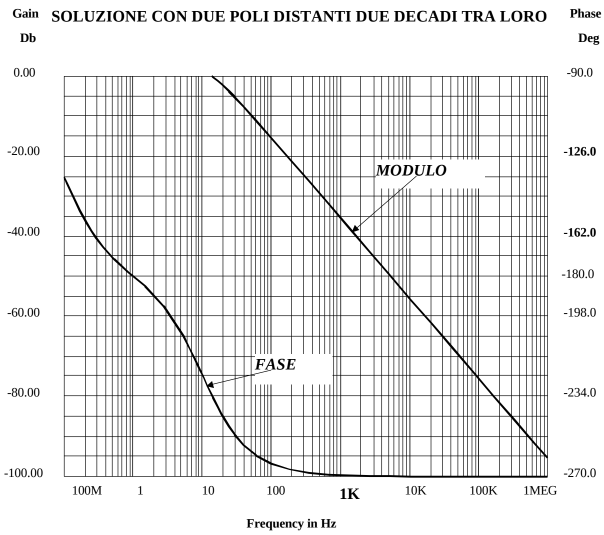

Figura n. 62

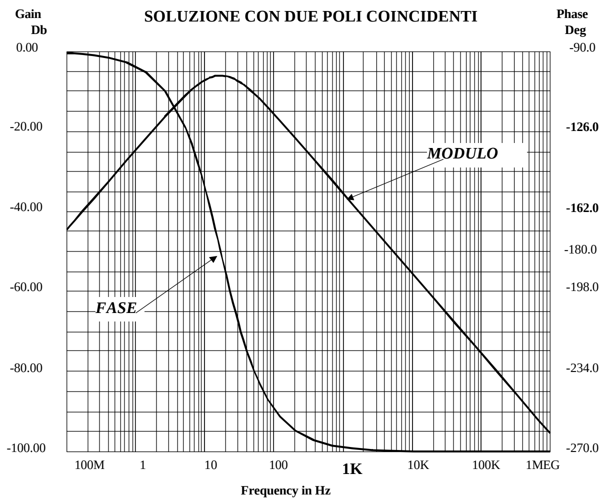

Figura n. 63

**ESERCIZIO: Progettare, se possibile, con i circuiti fino ad ora studiati uno schema circuitale che sia in grado di fornire in uscita:**

- **un'onda quadra 1/-1V, se alimentato in ingresso con un segnale triangolare 3/-2V, frequenza 100Hz:**
- **un segnale triangolare 2/-2V, se alimentato in ingresso con un'onda quadra 3/-2V, frequenza 50KHz, D.C. 50%.**

**SVOLGIMENTO**

Poiché il circuito da progettare deve derivare in bassa frequenza ed integrare in alta, scegliamo la configurazione di un amplificatore a banda definita con i due poli distinti.

Vediamo quali sono le condizioni che il circuito deve soddisfare perché possa funzionare correttamente.

A) Il primo polo deve cadere almeno una decade dopo la frequenza del segnale da derivare. Cioè:

$$\frac{1}{R_1C_1} \geq 10 * 2\pi f_{triangolare} = 6.28\,\mathrm{Krad/sec} \Rightarrow R_1C_1 \leq 159.24\,\mu\sec.$$

B) Il secondo polo deve cadere almeno una decade prima la frequenza del segnale da integrare. Cioè:

$$\frac{1}{R_2C_2} \leq \frac{2\pi f_{quadra}}{10} = 31.42\,\mathrm{Krad/sec} \Rightarrow R_2C_2 \geq 31.83\,\mu\sec.$$

C) Perché sia soddisfatto quanto richiesto dal problema circa la derivazione del segnale triangolare a 100Hz deve essere:

$$v_{out}(t) = -R_2C_1\frac{dv_{in}(t)}{dt} \Rightarrow 1 = -R_2C_1 * m_{triangolare} \Rightarrow R_2C_1 = \frac{1V}{1KV/sec} \Rightarrow R_2C_1 = 1m\,sec$$

D) Perché sia soddisfatto quanto richiesto dal problema circa l'integrazione dell'onda quadra a 50KHz deve essere:

$$v_{out}(t) = -\frac{1}{R_1C_2}\int_0^t v_{in}(t)dt + K = -\frac{2.5}{R_1C_2}t + K \Rightarrow m_{trian.out} = \frac{2.5}{R_1C_2} \Rightarrow R_1C_2 = \frac{2.5V}{400\,KV/sec} \Rightarrow R_1C_2 = 6.25\mu\,sec\,.$$

Le condizioni A e B equivalgono ad affermare che il primo polo deve trovarsi ad una frequenza superiore ad 1KHz e che il secondo deve trovarsi a frequenza inferiore ai 5KHz.

Scegliamo il primo polo a 2KHz. Ricaviamo dalle condizioni C e D i valori dei componenti e verifichiamo alla

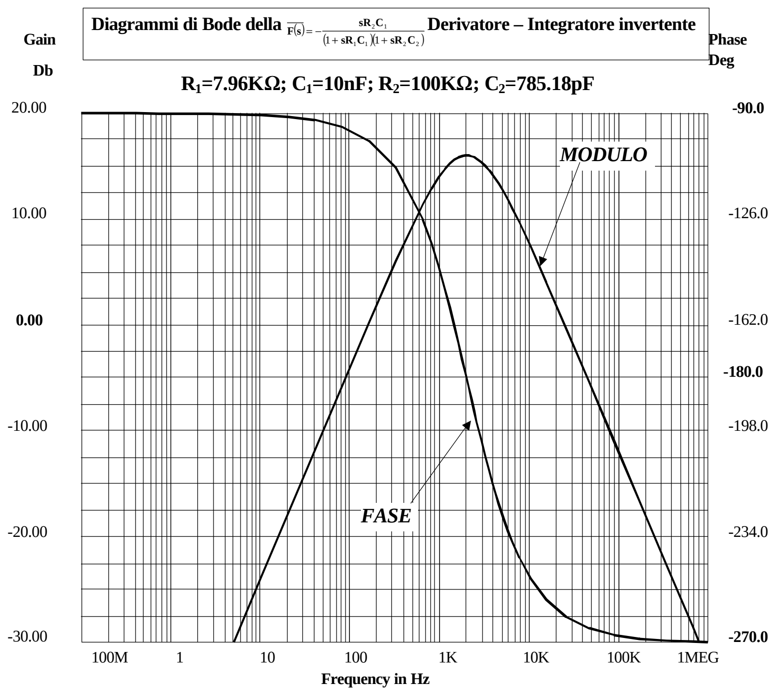


**Figura n. 64**

fine se essi portano a soddisfare la condizione sul secondo polo.

Abbiamo che:

$$f_{primopolo} = 2KHz \Rightarrow \frac{1}{R_1C_1} = 12.57\,Krad/sec \Rightarrow R_1C_1 = 79.6\mu\,sec\,.$$

Fissato $C_1$ = 10nF si ricava $R_1$=7.96KΩ.. Dalla condizione D si ricava C2 = 785.18pF. Dalla condizione C si ricava infine R2 = 100KΩ.. Ricapitolando abbiamo trovato:

$$C_1 = 10nF;R_1 = 7.96K\Omega;C_2 = 785.18pF;R_2 = 100K\Omega$$

Occorre verificare ora che il secondo polo cade almeno una decade prima del segnale da integrare. Si ha:

$$R_2C_2 = 78.52\mu\,sec \Rightarrow \frac{1}{R_2C_2} = 12.74\,Krad/sec \Rightarrow f_{p2} = 2.03KHz.$$

Il secondo polo soddisfa la condizione B, ed in particolare risulta quasi coincidente con il primo, come si può notare anche dai diagrammi di Bode ottenuti a Calcolatore e riportati in **Figura n. 64**.

Nelle **Figura n. 65 e 66** sono invece riportate le simulazioni a Calcolatore eseguite nel dominio del tempo.

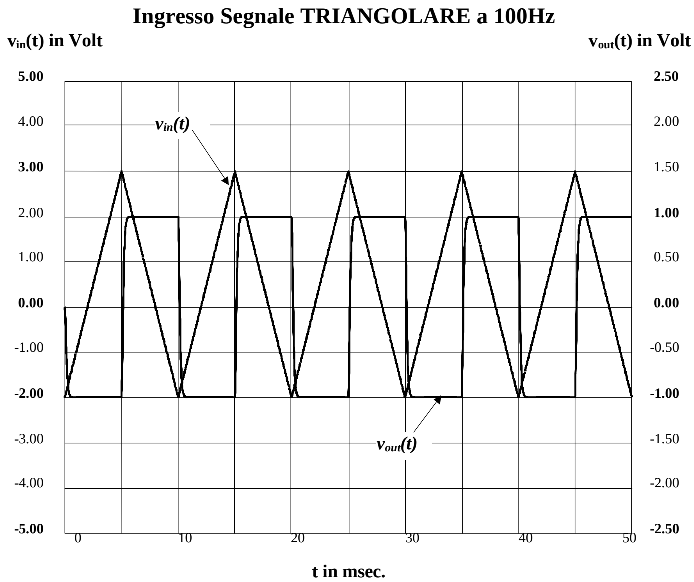


**Figura n. 65**

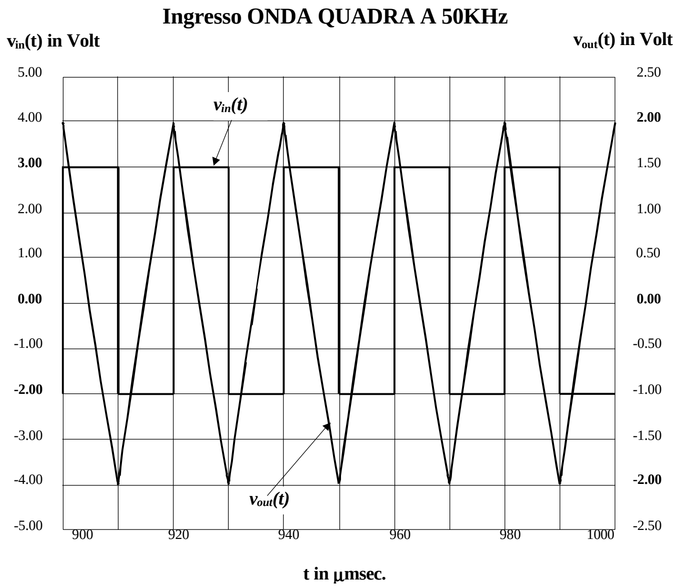


**Figura n. 66**